Taller de práctica Prueba 2

Distribución Binomial y Poisson (Secciones 2.3.3.3 y 2.3.3.4)
V.A.C: Función de densidad de probabilidad (Sección 2.4.1)
V.A.C: Función de distribución acumulada (Sección 2.4.2)

1. Un fabricante de bombillas eléctricas afirma que el 90 % de sus bombillas duran más de 1000 horas. Si se seleccionan 10 bombillas al azar, responda las siguientes preguntas.

   a) ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 8 duren más de 1000 horas?

   b) ¿Cuál es la probabilidad de que cuando mucho 2 duren más de 1000 horas?

   c) ¿Cuál es la probabilidad de que 1, 2 o 9 duren más de 1000 horas?

2. La cantidad de llamadas telefónicas que recibe una central telefónica es en promedio 2 llamadas por minuto, responda las siguiente preguntas.

   a) ¿Cuál es la probabilidad de que en un intervalo de 3 minutos se reciban exactamente 2 llamadas?

   b) ¿Cuál es la probabilidad de que en un intervalo de 7 minutos se reciban al menos 4 llamadas?

   c) ¿Cuál es la probabilidad de que en un intervalo de 5 minutos se reciban a lo más 3 llamadas?

3. El riesgo porcentual real de incumplimiento de un determinado tipo de crédito puede ser considerado como una variable aleatoria continua X con función de densidad de probabilidad

$$f(x) = \begin{cases} k[1-(x-3)^2] & 2 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

   a) Determine el valor de k.

   b) ¿Cuál es la probabilidad de que el riesgo de incumplimiento sea mayor a 2.7 %?

   c) ¿Cuál es la probabilidad de que el riesgo de incumplimiento sea menor a 3.2 %?

   d) ¿Cuál es la probabilidad de que el el riesgo de incumplimiento esté entre 2.3 % y 3.8 %?

   e) Determine una expresión para $P(X \leq x)$.

4. Sea X una variable aleatoria continua con función de distribución acumulativa

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \dfrac{x}{4}\left[1+\ln\left(\dfrac{4}{x}\right)\right] & 0 < x \leq 4 \\ 1 & x \geq 4 \end{cases}$$

   Determinar:

   a) $P(X \leq 1)$

   b) $P(1 \leq X \leq 3)$

   c) La función de densidad de probabilidad de X.

5. Una familia de funciones de densidad de probabilidad que ha sido utilizada para aproximar la distribución del ingreso, el tamaño de la población de una ciudad y el tamaño de firmas es la familia Pareto. La familia tiene dos parámetros, k y θ, ambos > 0 y la función de densidad de probabilidad es

$$f(x;k,\theta) = \begin{cases} \dfrac{k\theta^k}{x^{k+1}} & x \geq \theta \\ 0 & x < \theta \end{cases}$$

   Verifique que el área total bajo la curva es igual a 1.

6. Sea X una variable aleatoria continua con *fdp* $f(x)$ y *fda* $F(x)$. Para un número fijo x_0, se define la función

$$g(x) = \begin{cases} f(x)/[1 - F(x_0)] & x \geq x_0 \\ 0 & x < x_0 \end{cases}$$

Pruebe que $g(x)$ es una función de densidad de probabilidad (asuma que $F(x_0) < 1$).

7. Para las siguientes *fda* de variables aleatorias continuas, determine la *fdp* asociada. Además, verifique las condiciones de una función de densidad de probabilidad.

   a) $F(x) = \dfrac{x^2}{4}$, $0 \leq x \leq 2$
   b) $F(x) = \dfrac{1}{1 + e^{-x}}$, $-\infty < x < \infty$
   c) $F(x) = e^{-e^{-x}}$, $-\infty < x < \infty$
   d) $F(x) = 1 - e^{-x}$, $0 < x < \infty$