

Taller de práctica Prueba 1

Parte 1: Distribuciones muestrales

- Suponga que la edad (en años) de las personas de una determinada ciudad distribuye $N(\mu = 28, \sigma^2 = \text{Desconocida})$. Si para una muestra de 120 personas, la varianza de la edad es de 28 años, calcule la probabilidad de que el valor promedio muestral de la edad se encuentre entre 27 y 29 años. Escriba todo el procedimiento de cálculo y las propiedades utilizadas. Utilice la tabla adecuada de las que se presentan a continuación.

Tabla 1: Distribución t-student, $df = 28$

Cuantil	Probabilidad
-2.828427	0.0043
-2.070197	0.0239
0.000000	0.5000
1.828427	0.9609
1.828427	0.9609
2.070197	0.9761
2.728427	0.9946
4.656854	1.0000
5.566854	1.0000

Tabla 2: Distribución t-student, $df = 119$

Cuantil	Probabilidad
-2.828427	0.0027
-2.070197	0.0203
0.000000	0.5000
1.828427	0.9650
1.828427	0.9650
2.070197	0.9797
2.728427	0.9963
4.656854	1.0000
5.566854	1.0000

- Se toma una muestra aleatoria de tamaño 67 proveniente de una población normal con desviación estándar $\sigma = 3.05$. Calcular la probabilidad de que la varianza muestral s^2 sea como mínimo 8.21? Utilice la tabla adecuada de las que se presentan a continuación.

Tabla 3: Distribución Ji-Cuadrado, $df = 66$

Cuantil	Probabilidad
55.24886	0.1754
56.24816	0.2016
58.24886	0.2597
58.54886	0.2689
59.24886	0.2910

Tabla 4: Distribución Ji-Cuadrado, $df = 65$

Cuantil	Probabilidad
55.24886	0.1996
56.24816	0.2279
58.24886	0.2895
58.54886	0.2992
59.24886	0.3223

- El tiempo que demoran en hacerse efectivas las transferencias bancarias internacionales, distribuye normal con media 15 (segundos) y desviación estándar de 4 (segundos). Utilice alguna de las tablas al final del documento, según estime conveniente (al buscar, utilice el valor que más se aproxime). Responda.
 - Considerando una muestra de tamaño 29, ¿cuál es la probabilidad de que la media muestral de los tiempos de demora de transacción sea menor a 14.1 segundos? Mencione con rigurosidad todos los pasos de su solución.
 - Considerando una muestra de tamaño 56, y que los datos del enunciado NO distribuyen normal, ¿cuál es la probabilidad de que la media muestral de los tiempos de demora de transacción sea menor a 15.8 segundos? Mencione con rigurosidad todos los pasos de su solución.

Parte 2: Intervalos de confianza

La siguiente base de datos contiene datos sobre el PIB (expresado en miles de millones de pesos) de las distintas regiones de Chile en el periodo de años 2013 - 2021. El detalle de las columnas es el siguiente:

- **Reg:** numeración de la región.
- **Region:** nombre de la región.

- X...: PIB regional en el año determinado (ejemplo: X2013 corresponde al PIB regional del año 2013).

```
datos = read.csv("https://raw.githubusercontent.com/Dfranzani/Bases-de-datos-para-cursos/main/2023-1/PIB%20
str(datos)

## 'data.frame': 16 obs. of 11 variables:
## $ Reg : int 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ...
## $ Region: chr "Región de Arica y Parinacota " "Región de Tarapacá" "Región de Antofagasta" "Región de
## $ X2013 : num 1303 3943 15239 3744 5504 ...
## $ X2014 : num 1328 4066 15966 3753 5379 ...
## $ X2015 : num 1363 4048 16003 3675 5347 ...
## $ X2016 : num 1397 3962 15334 3824 5453 ...
## $ X2017 : num 1438 4082 14915 3791 5552 ...
## $ X2018 : num 1458 4346 15984 3698 5780 ...
## $ X2019 : num 1457 4544 16026 3539 5892 ...
## $ X2020 : num 1375 4450 15977 3456 5675 ...
## $ X2021 : num 1561 4811 16203 3913 6160 ...
```

1. Para los siguientes códigos en R realice lo siguiente:

- Señale el tipo de intervalo de confianza y exprese la probabilidad asociada a este.
- Explique (y justifique cuando corresponda) cada uno de los valores para los comandos de R utilizados para construir el intervalo de confianza (incluyendo los filtros).
- Interprete la salida de cada uno de los intervalos de confianza, dando una conclusión según la probabilidad planteada anteriormente.

a) Intervalo de confianza:

```
t.test(x = datos$X2013, alternative = "two.sided", conf.level = 0.971)

##
## One Sample t-test
##
## data: datos$X2013
## t = 2.2598, df = 15, p-value = 0.03914
## alternative hypothesis: true mean is not equal to 0
## 97.1 percent confidence interval:
## -653.6879 19774.0979
## sample estimates:
## mean of x
## 9560.205
```

Nota: considere que el punto de comparación en la probabilidad es 0.

b) Intervalo de confianza:

```
t.test(x = datos[3,-c(1,2)], alternative = "greater", conf.level = 0.891)

##
## One Sample t-test
##
## data: datos[3, -c(1, 2)]
## t = 104.63, df = 8, p-value = 3.889e-14
## alternative hypothesis: true mean is greater than 0
## 89.1 percent confidence interval:
## 15537.47 Inf
## sample estimates:
## mean of x
## 15738.58
```

Nota: considere que el punto de comparación en la probabilidad es 12501.

2. Los datos que a continuación se dan son las edades de 20 estudiantes de una determinada universidad: 19,20,21,21,24,21,20,25,18,17,23,28,29,27,25,25,28,20,25,28. Si las edades de los estudiantes de dicha universidad es una variable aleatoria normal con una desviación estándar poblacional de 4 años.

Para los siguiente enunciados, construya e interprete el intervalo de confianza correspondiente. Utilice la tabla que se presenta a continuación.

- a) Obtener el intervalo de confianza al 98 % para la media de la edad de los estudiantes.
- b) Estudie si la media de la edades de los estudiantes es menor a 20 años. Utilice una confianza del 90 %.
- c) Estudie si la media de la edades de los estudiantes es cuando menos de 21 años. Utilice una confianza del 90 %.

Tabla 5: Distribución Z

Probabilidad	Cuantil
0.90	1.2816
0.91	1.3408
0.92	1.4051
0.93	1.4758
0.94	1.5548
0.95	1.6449
0.96	1.7507
0.97	1.8808
0.98	2.0537
0.99	2.3263

Ahora, considere que la desviación estándar poblacional es desconocida. Para los siguiente enunciados, construya e interprete el intervalo de confianza correspondiente. Utilice la tabla que se presenta a continuación.

- d) Obtener el intervalo de confianza al 96 % para la media de la edad de los estudiantes.
- e) Estudie si la media de la edades de los estudiantes es no mayor a 22 años. Utilice una confianza del 94 %.
- f) Estudie si la media de la edades de los estudiantes es no menor a 27 años. Utilice una confianza del 98 %.

Tabla 6: Distribución t-Student con $df = 19$

Probabilidad	Cuantil
0.90	1.3277
0.91	1.3920
0.92	1.4623
0.93	1.5402
0.94	1.6280
0.95	1.7291
0.96	1.8495
0.97	2.0000
0.98	2.2047
0.99	2.5395

Tabla 7: Tablas de probabilidades acumuladas de una distribución $N(0,1)$

Cuantil	Prob	Cuantil	Prob	Cuantil	Prob
-2.00	0.0227501	-1.60	0.0547993	-1.20	0.1150697
-1.99	0.0232955	-1.59	0.0559174	-1.19	0.1170232
-1.98	0.0238518	-1.58	0.0570534	-1.18	0.1190001
-1.97	0.0244192	-1.57	0.0582076	-1.17	0.1210005
-1.96	0.0249979	-1.56	0.0593799	-1.16	0.1230244
-1.95	0.0255881	-1.55	0.0605708	-1.15	0.1250719
-1.94	0.0261898	-1.54	0.0617802	-1.14	0.1271432
-1.93	0.0268034	-1.53	0.0630084	-1.13	0.1292381
-1.92	0.0274289	-1.52	0.0642555	-1.12	0.1313569
-1.91	0.0280666	-1.51	0.0655217	-1.11	0.1334995
-1.90	0.0287166	-1.50	0.0668072	-1.10	0.1356661
-1.89	0.0293790	-1.49	0.0681121	-1.09	0.1378566
-1.88	0.0300540	-1.48	0.0694366	-1.08	0.1400711
-1.87	0.0307419	-1.47	0.0707809	-1.07	0.1423097
-1.86	0.0314428	-1.46	0.0721450	-1.06	0.1445723
-1.85	0.0321568	-1.45	0.0735293	-1.05	0.1468591
-1.84	0.0328841	-1.44	0.0749337	-1.04	0.1491700
-1.83	0.0336250	-1.43	0.0763585	-1.03	0.1515050
-1.82	0.0343795	-1.42	0.0778038	-1.02	0.1538642
-1.81	0.0351479	-1.41	0.0792698	-1.01	0.1562476
-1.80	0.0359303	-1.40	0.0807567	-1.00	0.1586553
-1.79	0.0367270	-1.39	0.0822644	-0.99	0.1610871
-1.78	0.0375380	-1.38	0.0837933	-0.98	0.1635431
-1.77	0.0383636	-1.37	0.0853435	-0.97	0.1660232
-1.76	0.0392039	-1.36	0.0869150	-0.96	0.1685276
-1.75	0.0400592	-1.35	0.0885080	-0.95	0.1710561
-1.74	0.0409295	-1.34	0.0901227	-0.94	0.1736088
-1.73	0.0418151	-1.33	0.0917591	-0.93	0.1761855
-1.72	0.0427162	-1.32	0.0934175	-0.92	0.1787864
-1.71	0.0436329	-1.31	0.0950979	-0.91	0.1814113
-1.70	0.0445655	-1.30	0.0968005	-0.90	0.1840601
-1.69	0.0455140	-1.29	0.0985253	-0.89	0.1867329
-1.68	0.0464787	-1.28	0.1002726	-0.88	0.1894297
-1.67	0.0474597	-1.27	0.1020423	-0.87	0.1921502
-1.66	0.0484572	-1.26	0.1038347	-0.86	0.1948945
-1.65	0.0494715	-1.25	0.1056498	-0.85	0.1976625
-1.64	0.0505026	-1.24	0.1074877	-0.84	0.2004542
-1.63	0.0515507	-1.23	0.1093486	-0.83	0.2032694
-1.62	0.0526161	-1.22	0.1112324	-0.82	0.2061081
-1.61	0.0536989	-1.21	0.1131394	-0.81	0.2089701

Tabla 8: Tablas de probabilidades acumuladas de una distribución $N(0,1)$

Cuantil	Prob	Cuantil	Prob	Cuantil	Prob
-0.80	0.2118554	-0.39	0.3482683	0.02	0.5079783
-0.79	0.2147639	-0.38	0.3519727	0.03	0.5119665
-0.78	0.2176954	-0.37	0.3556912	0.04	0.5159534
-0.77	0.2206499	-0.36	0.3594236	0.05	0.5199388
-0.76	0.2236273	-0.35	0.3631693	0.06	0.5239222
-0.75	0.2266274	-0.34	0.3669283	0.07	0.5279032
-0.74	0.2296500	-0.33	0.3707000	0.08	0.5318814
-0.73	0.2326951	-0.32	0.3744842	0.09	0.5358564
-0.72	0.2357625	-0.31	0.3782805	0.10	0.5398278
-0.71	0.2388521	-0.30	0.3820886	0.11	0.5437953
-0.70	0.2419637	-0.29	0.3859081	0.12	0.5477584
-0.69	0.2450971	-0.28	0.3897388	0.13	0.5517168
-0.68	0.2482522	-0.27	0.3935801	0.14	0.5556700
-0.67	0.2514289	-0.26	0.3974319	0.15	0.5596177
-0.66	0.2546269	-0.25	0.4012937	0.16	0.5635595
-0.65	0.2578461	-0.24	0.4051651	0.17	0.5674949
-0.64	0.2610863	-0.23	0.4090459	0.18	0.5714237
-0.63	0.2643473	-0.22	0.4129356	0.19	0.5753454
-0.62	0.2676289	-0.21	0.4168338	0.20	0.5792597
-0.61	0.2709309	-0.20	0.4207403	0.21	0.5831662
-0.60	0.2742531	-0.19	0.4246546	0.22	0.5870644
-0.59	0.2775953	-0.18	0.4285763	0.23	0.5909541
-0.58	0.2809573	-0.17	0.4325051	0.24	0.5948349
-0.57	0.2843388	-0.16	0.4364405	0.25	0.5987063
-0.56	0.2877397	-0.15	0.4403823	0.26	0.6025681
-0.55	0.2911597	-0.14	0.4443300	0.27	0.6064199
-0.54	0.2945985	-0.13	0.4482832	0.28	0.6102612
-0.53	0.2980560	-0.12	0.4522416	0.29	0.6140919
-0.52	0.3015318	-0.11	0.4562047	0.30	0.6179114
-0.51	0.3050257	-0.10	0.4601722	0.31	0.6217195
-0.50	0.3085375	-0.09	0.4641436	0.32	0.6255158
-0.49	0.3120669	-0.08	0.4681186	0.33	0.6293000
-0.48	0.3156137	-0.07	0.4720968	0.34	0.6330717
-0.47	0.3191775	-0.06	0.4760778	0.35	0.6368307
-0.46	0.3227581	-0.05	0.4800612	0.36	0.6405764
-0.45	0.3263552	-0.04	0.4840466	0.37	0.6443088
-0.44	0.3299686	-0.03	0.4880335	0.38	0.6480273
-0.43	0.3335978	-0.02	0.4920217	0.39	0.6517317
-0.42	0.3372427	-0.01	0.4960106	0.40	0.6554217
-0.41	0.3409030	0.00	0.5000000	0.41	0.6590970
-0.40	0.3445783	0.01	0.5039894	0.42	0.6627573

Tabla 9: Tablas de probabilidades acumulada de una distribución $N(0,1)$

Cuantil	Prob	Cuantil	Prob	Cuantil	Prob
0.43	0.6664022	0.84	0.7995458	1.25	0.8943502
0.44	0.6700314	0.85	0.8023375	1.26	0.8961653
0.45	0.6736448	0.86	0.8051055	1.27	0.8979577
0.46	0.6772419	0.87	0.8078498	1.28	0.8997274
0.47	0.6808225	0.88	0.8105703	1.29	0.9014747
0.48	0.6843863	0.89	0.8132671	1.30	0.9031995
0.49	0.6879331	0.90	0.8159399	1.31	0.9049021
0.50	0.6914625	0.91	0.8185887	1.32	0.9065825
0.51	0.6949743	0.92	0.8212136	1.33	0.9082409
0.52	0.6984682	0.93	0.8238145	1.34	0.9098773
0.53	0.7019440	0.94	0.8263912	1.35	0.9114920
0.54	0.7054015	0.95	0.8289439	1.36	0.9130850
0.55	0.7088403	0.96	0.8314724	1.37	0.9146565
0.56	0.7122603	0.97	0.8339768	1.38	0.9162067
0.57	0.7156612	0.98	0.8364569	1.39	0.9177356
0.58	0.7190427	0.99	0.8389129	1.40	0.9192433
0.59	0.7224047	1.00	0.8413447	1.41	0.9207302
0.60	0.7257469	1.01	0.8437524	1.42	0.9221962
0.61	0.7290691	1.02	0.8461358	1.43	0.9236415
0.62	0.7323711	1.03	0.8484950	1.44	0.9250663
0.63	0.7356527	1.04	0.8508300	1.45	0.9264707
0.64	0.7389137	1.05	0.8531409	1.46	0.9278550
0.65	0.7421539	1.06	0.8554277	1.47	0.9292191
0.66	0.7453731	1.07	0.8576903	1.48	0.9305634
0.67	0.7485711	1.08	0.8599289	1.49	0.9318879
0.68	0.7517478	1.09	0.8621434	1.50	0.9331928
0.69	0.7549029	1.10	0.8643339	1.51	0.9344783
0.70	0.7580363	1.11	0.8665005	1.52	0.9357445
0.71	0.7611479	1.12	0.8686431	1.53	0.9369916
0.72	0.7642375	1.13	0.8707619	1.54	0.9382198
0.73	0.7673049	1.14	0.8728568	1.55	0.9394292
0.74	0.7703500	1.15	0.8749281	1.56	0.9406201
0.75	0.7733726	1.16	0.8769756	1.57	0.9417924
0.76	0.7763727	1.17	0.8789995	1.58	0.9429466
0.77	0.7793501	1.18	0.8809999	1.59	0.9440826
0.78	0.7823046	1.19	0.8829768	1.60	0.9452007
0.79	0.7852361	1.20	0.8849303	1.61	0.9463011
0.80	0.7881446	1.21	0.8868606	1.62	0.9473839
0.81	0.7910299	1.22	0.8887676	1.63	0.9484493
0.82	0.7938919	1.23	0.8906514	1.64	0.9494974
0.83	0.7967306	1.24	0.8925123	1.65	0.9505285

Tabla 10: Tablas de probabilidades acumuladas de una distribución $N(0,1)$

Cuantil	Prob	Cuantil	Prob	Cuantil	Prob
1.66	0.9515428	1.78	0.9624620	1.90	0.9712834
1.67	0.9525403	1.79	0.9632730	1.91	0.9719334
1.68	0.9535213	1.80	0.9640697	1.92	0.9725711
1.69	0.9544860	1.81	0.9648521	1.93	0.9731966
1.70	0.9554345	1.82	0.9656205	1.94	0.9738102
1.71	0.9563671	1.83	0.9663750	1.95	0.9744119
1.72	0.9572838	1.84	0.9671159	1.96	0.9750021
1.73	0.9581849	1.85	0.9678432	1.97	0.9755808
1.74	0.9590705	1.86	0.9685572	1.98	0.9761482
1.75	0.9599408	1.87	0.9692581	1.99	0.9767045
1.76	0.9607961	1.88	0.9699460	2.00	0.9772499
1.77	0.9616364	1.89	0.9706210		